数理解析研究所講究録
第 1809 巻 2012 年 214-223

歪多項式環における宮下の定理の別証明

岡山大学・大学院自然科学研究科 山中 聡 (Satoshi YAMANAKA)
Graduate School of Natural Science and Technology
Okayama University

岡山大学・大学院自然科学研究科 池畑 秀一 (Shûichi IKEHATA)
Graduate School of Natural Science and Technology
Okayama University

Abstract

[11] において宮下庸一は, 歪多項式環 $B[X;\rho,D]$ のモニックな多項式が分離多項式であるための必要十分条件, および平田分離多項式であるための必要十分条件を与えた. 本論文では $B[X;\rho]$ と $B[X;D]$ の場合に, この定理の直接的で簡明な別証明を与えた.

1 序と準備

本論を通して, B は単位元 1 を持つ環とし, ρ を B の自己同型写像, D を B の ρ-微分 (ρ-derivation), すなわち D は加法的写像で $D(\alpha\beta)=D(\alpha)\rho(\beta)+\alpha D(\beta)$ ($\alpha,\ \beta\in B$) を満たすものとする. また $B[X;\rho,D]$ をその乗法が $\alpha X=X\rho(\alpha)+D(\alpha)$ ($\alpha\in B$) によって定まる歪多項式環とする. とくに, $B[X;\rho]=B[X;\rho,0]$, $B[X;D]=B[X;1,D]$ とし, 前者を自己同型型 (Automorphism type), 後者を微分型 (Derivation type) の歪多項式環という.

環拡大 A/B が分離拡大 (separable extension) であるとは $A\otimes_B A$ から A への A-A-準同型写像 $a\otimes b\to ab$ が分解 (splits) することである. また A/B が平田分離拡大 (Hirata-separable extension) であるとは $A\otimes_B A$ が A の有限個の直和の直和因子に A-A-同型であることである. 良く知られているように平田分離拡大は分離拡大である. 平田分離拡大は東屋多元環の概念の一般化として平田和彦によって導入された. 東屋多元環とは中心上分離拡大となっている多元環のことである. 平田分離拡大は従来, H-分離拡大と呼ばれていたが最近になって平田分離拡大と呼ばれるようになった.

$R=B[X;\rho,D]$ とし, $R_{(0)}$ を R のモニックな多項式 g で $gR=Rg$ を満たすもの全体とする. このとき $f\in R_{(0)}$ とすると, 剰余環 R/fR は B の free な拡大環となる. R/fR が B 上分離拡大 (resp. 平田分離拡大) のとき, f を R における分離多項式 (resp. 平田分離多項式) という. これらは分離拡大や平田分離拡大の典型的な, また本質的な例を与える. 岸本量夫, 永原賢, 宮下庸一, 池畑秀一は多岐にわたって歪多項式環の分離多項式について研究してきた. 巻末の文献表を参照されたい.

環拡大 A/B について以下のように定める.

$$V_A(B) = \{x \in A \mid xb = bx \ (\forall b \in B)\},$$

$$(A \otimes_B A)^A = \{\sum_i a_i \otimes b_i \in A \otimes_B A \mid x(\sum_i a_i \otimes b_i) = (\sum_i a_i \otimes b_i)x \ (\forall x \in A)\}.$$

非可換環の分離拡大と平田分離拡大について次の結果が知られている. なお, これらの補題はそれぞれの定義から直接導かれる.

補題 1.1. A/B が分離拡大であるための必要十分条件は $(A \otimes_B A)^A$ の元 $\sum_i x_i \otimes y_i$ で $\sum_i x_i y_i = 1$ を満たすものが存在することである.

補題 1.2. A/B が平田分離拡大が平田分離拡大であるための必要十分条件は, 適当な $v_i \in V_A(B)$ と $\sum_j x_{ij} \otimes y_{ij} \in (A \otimes_B A)^A$ が存在して

$$1 \otimes 1 = \sum_{i,j} v_i x_{ij} \otimes y_{ij} = \sum_{i,j} x_{ij} \otimes y_{ij} v_i$$

が成り立つことである.

以下,

$$R = B[X; \rho, D], \quad R_{(0)} = \{g \in R \mid g \text{ は monic で } gR = Rg \text{ を満たす}\},$$

$$f = X^m + X^{m-1}a_{m-1} + \cdots + Xa_1 + a_0 \in R_{(0)}$$

とし, $Y_j \in R \ (0 \le j \le m-1)$ を次のように定める.

$$\begin{aligned}
Y_0 &= X^{m-1} + X^{m-2}a_{m-1} + \cdots + Xa_2 + a_1 \\
Y_1 &= X^{m-2} + X^{m-3}a_{m-1} + \cdots + Xa_3 + a_2 \\
&\vdots \\
Y_{j-1} &= X^{m-j} + X^{m-j-1}a_{m-1} + \cdots + Xa_{j+1} + a_j \\
&\vdots \\
Y_{m-2} &= X + a_{m-1} \\
Y_{m-1} &= 1.
\end{aligned}$$

また

$$A = R/fR, \quad x = X + fR \in A,$$

$$y_{j-1} = Y_{j-1} + fR = x^{m-j} + x^{m-j-1}a_{m-1} + \cdots + xa_{j+1} + a_j \in A \text{ とする.}$$

[11] において宮下庸一は, 歪多項式環 $B[X;\rho,D]$ のモニックな多項式が分離多項式であるための必要十分条件, および平田分離多項式であるための必要十分条件を与えた. 以下がその2つの定理である.

定理 1.3. ([11, Theorem 1.8]) $R = B[X;\rho,D]$, $f \in R_{(0)}$ に対し, f が分離多項式であるための必要十分条件は適当な $h \in A$ が存在して $\sum_{j=0}^{m-1} y_j h x^j = 1$ かつ $\rho^{m-1}(\alpha)h = h\alpha$ $(\alpha \in B)$ が成り立つことである.

定理 1.4. ([11, Theorem 1.9], [2, Lemma 1.1]) $R = B[X;\rho,D]$, $f \in R_{(0)}$ に対し, f が平田分離多項式であるための必要十分条件は適当な g_i, $h_i \in A$ が存在して

$$\begin{cases} \sum_i g_i x^{m-1} h_i = 1 \\ \sum_i g_i x^k h_i = 0 \quad (0 \leq k \leq m-2) \\ \alpha g_i = g_i \alpha, \quad \rho^{m-1}(\alpha) h_i = h_i \alpha \quad (\alpha \in B) \end{cases}$$

が成り立つことである.

宮下は (*)-positively filterd rings という概念を導入し, 一般論を展開して上の定理を証明した. 本論文の目的は自己同型型 $B[X;\rho]$ と微分型 $B[X;D]$ の2つの場合に分けて, 上の定理の直接的で簡明な別証明を与えることである. 第2節では自己同型型, 第3節では微分型についてそれぞれ証明を与えている.

2 Automorphism type

この節では $R = B[X;\rho]$ の場合を考える. まず次の補題を示す.

補題 2.1.

$$(A \otimes_B A)^A = \{\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j \mid h \in A,\ h \text{ は} \rho^{m-1}(\alpha)h = h\alpha\ (\alpha \in B) \text{ を満たす}\}.$$

証明. $\{1, x, x^2, \cdots, x^{m-1}\}$ は B 上自由な A の基底なので, $A \otimes_B A$ の任意の元はある適当な $z_j \in A$ によって $\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j$ と書ける. ここで $\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j$ を $(A \otimes_B A)^A$ の任意の元とする. まず $\alpha(\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j) = (\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j)\alpha$ $(\alpha \in B)$ より, $\sum_{j=0}^{m-1} \alpha z_j \otimes x^j = \sum_{j=0}^{m-1} z_j \rho^{-j}(\alpha) \otimes x^j$, したがって次を得る.

$$\rho^j(\alpha) z_j = z_j \alpha \quad (0 \leq j \leq m-1) \tag{1}$$

次に $x^m = -\sum_{j=0}^{m-1} x^j a_j$ に注意して,

$$\begin{aligned}(\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j)x &= \sum_{j=0}^{m-2} z_j \otimes x^{j+1} + z_{m-1} \otimes x^m \\ &= \sum_{j=0}^{m-2} z_j \otimes x^{j+1} - z_{m-1} \otimes \sum_{j=0}^{m-1} x^j a_j \\ &= \sum_{j=1}^{m-1} z_{j-1} \otimes x^j - \sum_{j=0}^{m-1} z_{m-1}\rho^{-j}(a_j) \otimes x^j \\ &= \sum_{j=1}^{m-1}(z_{j-1} - z_{m-1}\rho^{-j}(a_j)) \otimes x^j - z_{m-1}a_0 \otimes 1.\end{aligned}$$

よって $x(\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j) = (\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j)x$ より

$$\begin{aligned}xz_j &= z_{j-1} - z_{m-1}\rho^{-j}(a_j) \quad (1 \leq j \leq m-1) \qquad (2)\\ xz_0 &= -z_{m-1}a_0.\end{aligned}$$

ここで $h = z_{m-1}$ とおけば, (1) より $\rho^{m-1}(\alpha)h = h\alpha$ $(\alpha \in B)$. また [13, Lemma 1] において永原賢は $\rho^{m-j-1}(a_j) = a_j$ $(0 \leq j \leq m-1)$ を示している. したがって (2) より $z_{j-1} = xz_j + a_jh$, すなわち帰納的に次を得る.

$$z_j = y_jh \ (0 \leq j \leq m-1).$$

逆に h を $\rho^{m-1}(\alpha)h = h\alpha$ $(\alpha \in B)$ を満たす A の元とする. まず $y_j = x^{m-j-1} + x^{m-j-2}a_{m-1} + \cdots + xa_{j+2} + a_{j+1}$ より, $\alpha y_j = y_j\rho^{m-j-1}(\alpha)$. このとき

$$\alpha(\sum_{j=0}^{m-1} y_jh \otimes x^j) = (\sum_{j=0}^{m-1} y_jh \otimes x^j)\alpha$$

であることは容易にわかる. また

$$\begin{aligned}xy_j &= y_{j-1} - a_j \quad (1 \leq j \leq m-1)\\ xy_0 &= -a_0\end{aligned}$$

より

$$x(\sum_{j=0}^{m-1} y_jh \otimes x^j) = \sum_{j=1}^{m-1} y_{j-1}h \otimes x^j - \sum_{j=1}^{m-1} a_jh \otimes x^j - a_0h \otimes 1$$

となるが, ここで再び永原の [13, Lemma 1] より $\rho^{m-j-1}(a_j) = a_j$ $(0 \le j \le m-1)$ であるので

$$-\sum_{j=1}^{m-1} a_j h \otimes x^j - a_0 h \otimes 1 = h \otimes x^m.$$

よって

$$\begin{aligned} x(\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j) &= \sum_{j=1}^{m-1} y_{j-1} h \otimes x^j + h \otimes x^m \\ &= (\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j) x. \end{aligned}$$

以上で証明を終わる.

補題2.1と補題1.1から定理1.3が直ちに導かれる. 最後に定理1.4を示す. $f \in R_{(0)}$ が平田分離多項式であるとする. このとき補題2.1と補題1.2より適当な $g_i \in V_A(B)$ と $\sum_{j=0}^{m-1} y_j h_i \otimes x^j \in (A \otimes_B A)^A$ が存在して

$$1 \otimes 1 = \sum_i g_i \sum_{j=0}^{m-1} y_j h_i \otimes x^j = \sum_{j=0}^{m-1} (\sum_i g_i y_j h_i) \otimes x^j.$$

が成り立つ. これより

$$\sum_i g_i y_0 h_i = 1, \quad \sum_i g_i y_k h_i = 0 \ (1 \le k \le m-1).$$

したがって帰納的に次を得る.

$$\sum_i g_i x^k h_i = 0 \ (0 \le k \le m-2), \ \sum_i g_i x^{m-1} h_i = \sum_i g_i y_0 h_i = 1.$$

逆に $g_i,\ h_i \in A$ が

$$\begin{cases} \sum_i g_i x^{m-1} h_i = 1 \\ \sum_i g_i x^k h_i = 0 \quad (0 \le k \le m-2) \\ \alpha g_i = g_i \alpha, \quad \rho^{m-1}(\alpha) h_i = h_i \alpha \quad (\alpha \in B) \end{cases}$$

を満たすとき, 帰納的に

$$\sum_i g_i y_k h_i = 0 \ (1 \le k \le m-1), \ \sum_i g_i y_0 h_i = 1.$$

これより $\sum_{j=0}^{m-1} y_j h_i \otimes x^j \in (A \otimes_B A)^A$ に対し,

$$\sum_i \sum_{j=0}^{m-1} g_i y_j h_i \otimes x^j = \sum_{j=0}^{m-1} (\sum_i g_i y_j h_i) \otimes x^j = 1 \otimes 1.$$

したがって補題1.2より f は平田分離多項式である.

3 Derivation type

この節では $R = B[X; D]$ の場合を考える.

補題 3.1.

$$(A \otimes_B A)^A = \{\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j \mid h \in A,\ h \text{ は } \alpha h = h\alpha (\alpha \in B) \text{ を満たす}\}.$$

証明. $\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j$ を $(A \otimes_B A)^A$ の任意の元とする.
まず $x^m = -\sum_{j=0}^{m-1} x^j a_j = -\sum_{j=0}^{m-1} a_j x^j$ より

$$\begin{aligned}
(\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j)x &= \sum_{j=0}^{m-2} z_j \otimes x^{j+1} + z_{m-1} \otimes x^m \\
&= \sum_{j=0}^{m-2} z_j \otimes x^{j+1} + z_{m-1} \otimes (-\sum_{j=0}^{m-1} a_j x^j) \\
&= \sum_{j=1}^{m-1} z_{j-1} \otimes x^j - \sum_{j=0}^{m-1} z_{m-1} a_j \otimes x^j \\
&= \sum_{j=1}^{m-1} (z_{j-1} - z_{m-1} a_j) \otimes x^j - z_{m-1} a_j \otimes 1.
\end{aligned}$$

よって $x(\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j) = (\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j)x$ より,

$$\begin{aligned}
& x z_j = z_{j-1} - z_{m-1} a_j \quad (1 \leq j \leq m-1) \\
& x z_0 = -z_{m-1} a_0.
\end{aligned} \tag{3}$$

次に

$$x^j \alpha = \sum_{i=0}^{j} \binom{j}{i} (-1)^{j-i} D^{j-i}(\alpha) x^i \quad (\alpha \in B,\ 0 \leq j \leq m-1)$$

より

$$\begin{aligned}
(\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j)\alpha &= \sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes \sum_{i=0}^{j} \binom{j}{i} (-1)^{j-i} D^{j-i}(\alpha) x^i \\
&= \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{j} z_j \binom{j}{i} (-1)^{j-i} D^{j-i}(\alpha) \otimes x^i \\
&= \sum_{i=0}^{m-1} (\sum_{j=i}^{m-1} \binom{j}{i} (-1)^{j-i} z_j D^{j-i}(\alpha)) \otimes x^i \\
&= \sum_{j=0}^{m-1} (\sum_{i=j}^{m-1} \binom{i}{j} (-1)^{i-j} z_i D^{i-j}(\alpha)) \otimes x^j.
\end{aligned}$$

よって $\alpha(\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j) = (\sum_{j=0}^{m-1} z_j \otimes x^j)\alpha$ より

$$\alpha z_j = \sum_{i=j}^{m-1} \binom{i}{j} (-1)^{i-j} z_i D^{i-j}(\alpha) \quad (0 \leq j \leq m-1). \tag{4}$$

ここで $h = z_{m-1}$ とすれば (4) より $\alpha h = h\alpha$ であり，さらに (3) より

$$\begin{aligned} xz_j &= z_{j-1} - ha_j \quad (1 \leq j \leq m-1) \\ xz_0 &= -ha_0. \end{aligned}$$

したがって帰納的に次を得る．

$$z_j = y_j h \ (0 \leq j \leq m-1).$$

逆に h を $\alpha h = h\alpha$ $(\alpha \in B)$ を満たす A の元とする．まず

$$\begin{aligned} xy_j &= y_{j-1} - a_j \quad (1 \leq j \leq m-1) \\ xy_0 &= -a_0 \end{aligned}$$

より $x(\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j) = (\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j)x$ がわかる．次に任意の $\alpha \in B$ に対し，

$$\begin{aligned} \alpha(\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j) &= \sum_{j=0}^{m-1} \alpha y_j h \otimes x^j \\ (\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j)\alpha &= \sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j \alpha \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes (\sum_{i=0}^{j} \binom{j}{i} (-1)^{j-i} D^{j-i}(\alpha) x^i) \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} (\sum_{j=i}^{m-1} y_j h \binom{j}{i} (-1)^{j-i} D^{j-i}(\alpha)) \otimes x^i \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} (\sum_{j=i}^{m-1} y_j \binom{j}{i} (-1)^{j-i} D^{j-i}(\alpha)) h \otimes x^i \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} (\sum_{i=j}^{m-1} y_i \binom{i}{j} (-1)^{i-j} D^{i-j}(\alpha)) h \otimes x^j. \end{aligned}$$

したがって $\alpha(\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j) = (\sum_{j=0}^{m-1} y_j h \otimes x^j)\alpha$ を示すには

$$\alpha y_j = \sum_{i=j}^{m-1} y_i \binom{i}{j} (-1)^{i-j} D^{i-j}(\alpha) \quad (0 \leq j \leq m-1)$$

を示せば良い. これを帰納法で示す. まず $y_{m-1}=1$ より $j=m-1$ の時は成り立つ. 次に

$$\alpha y_{j+1}=\sum_{k=j+1}^{m-1} y_k\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j-1}D^{k-j-1}(\alpha)$$

が成り立つと仮定し

$$\alpha y_j=\sum_{k=j}^{m-1} y_k\binom{k}{j}(-1)^{k-j}D^{k-j}(\alpha)$$

を示す.

$$\alpha a_i=\sum_{k=i}^{m} a_k\binom{k}{i}(-1)^{k-i}D^{k-i}(\alpha)\quad (0\le i\le m,\ a_m=1)$$

と $y_j=xy_{j+1}+a_{j+1}$ $(0\le j\le m-2)$ より,

$$\begin{aligned}
\alpha y_j &= \alpha x y_{j+1}+\alpha a_{j+1}\\
&= x(\alpha y_{j+1})+D(\alpha)y_{j+1}+\alpha a_{j+1}\\
&= x(\sum_{k=j+1}^{m-1} y_k\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j-1}D^{k-j-1}(\alpha))\\
&\qquad +\sum_{k=j+1}^{m-1} y_k\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j-1}D^{k-j}(\alpha)\\
&\qquad +\sum_{k=j+1}^{m} a_k\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j-1}D^{k-j-1}(\alpha)\\
&= \sum_{k=j+1}^{m-1}(y_{k-1}-a_k)\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j-1}D^{k-j-1}(\alpha)\\
&\qquad +\sum_{k=j+1}^{m-1} y_k\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j-1}D^{k-j}(\alpha)\\
&\qquad +\sum_{k=j+1}^{m} a_k\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j-1}D^{k-j-1}(\alpha)\\
&= \sum_{k=j}^{m-2} y_k\binom{k+1}{j+1}(-1)^{k-j}D^{k-j}(\alpha)\\
&\qquad -\sum_{k=j+1}^{m-1} y_k\binom{k}{j+1}(-1)^{k-j}D^{k-j}(\alpha)\\
&\qquad +\binom{m}{j+1}(-1)^{m-j-1}D^{m-j-1}(\alpha)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= y_j\alpha + \sum_{k=j+1}^{m-2} y_k\left\{\binom{k+1}{j+1} - \binom{k}{j+1}\right\}(-1)^{k-j}D^{k-j}(\alpha) \\
&\quad -y_{m-1}\binom{m-1}{j+1}(-1)^{m-j-1}D^{m-j-1} \\
&\quad +\binom{m}{j+1}(-1)^{m-j-1}D^{m-j-1}(\alpha) \\
&= y_j\alpha + \sum_{k=j+1}^{m-2} y_k\binom{k}{j}(-1)^{k-j}D^{k-j}(\alpha) \\
&\quad +y_{m-1}\left\{\binom{m}{j+1} - \binom{m-1}{j+1}\right\}(-1)^{m-j-1}D^{m-j-1}(\alpha) \\
&= y_j\alpha + \sum_{k=j+1}^{m-1} y_k\binom{k}{j}(-1)^{k-j}D^{k-j}(\alpha) \\
&= \sum_{k=j}^{m-1} y_k\binom{k}{j}(-1)^{k-j}D^{k-j}(\alpha).
\end{aligned}
$$

以上で証明を終わる.

補題3.1と補題1.1から定理1.3は直ちに導かれる. また $R = B[X;\rho]$ の場合と同様にすれば, 補題3.1と補題1.2から定理1.4が導かれる.

References

[1] S. Ikehata, On separable polynomials and Frobenius polynomials in skew polynomial rings, *Math. J. Okayama Univ.,* **22** 1980, 115–129.

[2] S. Ikehata, Azumaya algebras and skew polynomial rings, *Math, J. Okayama Univ.,* **23** 1981, 19–32.

[3] S. Ikehata, A note on separable polynomials in skew polynomial rings of derivation type, *Math. J. Okayama Univ.,* **22** 1980, 59–60.

[4] S. Ikehata, On H-separable polynomials of prime degree, *Math. J. Okayama Univ.,* **33** 1991, 21–26.

[5] S. Ikehata, Purely inseparable ring extensions and H-separable polynomials, *Math. J. Okayama Univ.,* **40** 1998, 55–63.

[6] S. Ikehata, Purely inseparable ring extensions and Azumaya algebras, *Math. J. Okayama Univ.,* **41** 1999, 63–69.

[7] S. Ikehata, On H-separable and Galois polynomials of degree p in skew polynomial rings, *Int. Math. Forum,* **3** 2008, no. 29-32, 1581-1586.

[8] S. Ikehata, On separable and H-separable polynomials of degree p in skew polynomial rings, *Int. J. Pure Appl. Math.,* **51** 2009, no. 1, 149–156.

[9] N. Jacobson, Lectures in abstract algebra. Vol III: Theory of fields and Galois theory, *D. Van Nostrand Co., Inc.,* 1964

[10] K. Kishimoto, On abelian extensions of rings. I, *Math. J. Okayama Univ.,* **14** 1970, 159–174.

[11] Y. Miyashita, On a skew polynomial ring, *J. Math. Soc. Japan,* **31** 1979, no. 2, 317–330.

[12] T. Nagahara, On separable polynomials of degree 2 in skew polynomial rings, *Math. J. Okayama Univ.,* **19** 1976, 65–95.

[13] T. Nagahara, A note on separable polynomials in skew polynomial rings of atutomorphism type, *Math. J. Okayama Univ.,* **22** 1980, 73–76.

[14] T. Nagahara, A note on imbeddings of noncommutative separable extensions in Galois extensions, *Houston J. Math.,* **12** 1986, 411–417.

[15] H. Okamoto and S. Ikehata, On H-separable polynomials of degree 2, *Math. J. Okayama Univ.,* **32** 1990, 53–59.

[16] K. Sugano, Note on cyclic Galois extensions, *Proc. Japan Acad.,* **57**, Ser. A 1981, 60–63.

[17] G. Szeto and L. Xue, On the Ikehata theorem for H-separable skew polynomial rings, *Math. J. Okayama Univ.,* **40** 1998, 27–32.

[18] S. Yamanaka and S. Ikehata, An alternative proof of Miyashita's theorem in a skew polynomial ring, *Submitted*

E-mail address : s_yamanaka@math.okayama-u.ac.jp
E-mail address : ikehata@ems.okayama-u.ac.jp